Варіант 3

1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	1.10	1.11	1.12
А	В	В	Г	А	Г	Б	В	Б	Б	А	В

2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6
$-\frac{4}{3}$	2; 3; –3	$\frac{5b+15}{b}$	$-\frac{23}{4}$	20 см	$\vec{m}\,(7; 1)$

Варіант 3

3.1. Графіком даної функції є парабола, вітки якої напрямлені вниз. Знайдемо абсцису вершини параболи: $x_0 = -\frac{6}{-2} = 3$. Ордината вершини параболи $y_0 = y(3) = 4$. Точка (3; 4) — вершина параболи. Знайдемо точки перетину параболи з осями координат. З віссю x $(y = 0)$: $-x^2 + 6x - 5 = 0$: $x_1 = 1$, $x_2 = 5$. З віссю y $(x = 0)$: $y = -5$.

Графік функції зображено на рисунку 3.1.

1) Функція спадає на проміжку $[3; +\infty)$.

2) Функція набуває від'ємних значень при $x \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$.

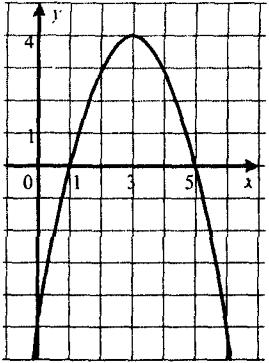

Рис. 3.1

3.2. Нехай першому робітнику для самостійного виконання завдання потрібно x год, тоді другому — $(x + 7)$ год. За 1 год перший виконує $\frac{1}{x}$ частину завдання, другий — $\frac{1}{x+7}$ частину, а разом — $\frac{1}{12}$.

Маємо: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+7} = \frac{1}{12}$; $(x + 7 + x) \cdot 12 = x(x + 7)$; $x^2 - 17x - 84 = 0$; $x_1 = 21$. $x_2 = -4$ — не задовольняє умову задачі.

Відповідь: перший робітник виконує завдання за 21 год, а другий — за 28 год.

3.3. $\begin{cases}(x+5y)^2=9,\\ x-5y=7;\end{cases}$ $\begin{cases}x+5y=3,\\ x-5y=7\end{cases}$ або $\begin{cases}x+5y=-3,\\ x-5y=7;\end{cases}$ $\begin{cases}x=5,\\ y=-0{,}4\end{cases}$ або $\begin{cases}x=2,\\ y=-1.\end{cases}$

Відповідь: (5; –0,4), (2; –1).

3.4. $ABCD$ – дана трапеція, $BC \parallel AD$ (рис.3.2), M – точка дотику вписаного кола до CD, O – центр вписаного кола. $\angle COD = 90°$ як кут між бісектрисами внутрішніх односторонніх кутів BCD і ADC при $BC \parallel AD$ та січній CD. $CD = CM + MD = 8 + 18 = 26$ (см). $OM \perp CD$, OM – радіус кола. З ΔCOD ($\angle O = 90°$) за властивістю висоти, проведеної до гіпотенузи,

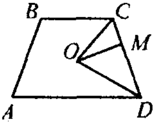

Рис. 3.2

$OM = \sqrt{CM \cdot MD} = 12$ см. Оскільки в трапецію можна вписати коло, то

$BC + AD = 2CD$, $\dfrac{BC+AD}{2} = CD$. Площа трапеції $S = \dfrac{BC+AD}{2} \cdot 2OM =$

$= CD \cdot 2 \cdot OM = 624$ см^2.

Відповідь: 624 см^2.

4.1. Побудуємо графік функції $y = \left| x^2 - 4 \left| x \right| \right|$ (рис. 3.3). Корені рівняння — абсциси точок перетину прямих $y = a$ з графіком цієї функції.

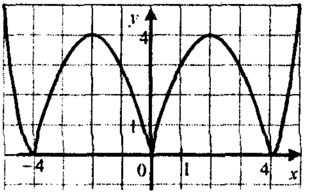

Рис. 3.3

Відповідь: якщо $a < 0$, то рівняння не має коренів; якщо $a = 0$, то рівняння має 3 корені; якщо $0 < a < 4$, то рівняння має 6 коренів; якщо $a = 4$, то рівняння має 4 корені; якщо $a > 4$, то рівняння має 2 корені.

4.2. $14 \cdot 13^n + 13 \cdot 2^{2n} = 14 \cdot 13^n + 13 \cdot 4^n = 14 \cdot 13^n - 14 \cdot 4^n + 27 \cdot 4^n =$

$$= 14(13^n - 4^n) + 27 \cdot 4^n = 14(13-4)(13^{n-1} + 13^{n-2} \cdot 4 + \ldots + 4^{n-1}) + 27 \cdot 4^n =$$

$$= 14 \cdot 9 \cdot (13^{n-1} + 13^{n-2} \cdot 4 + \ldots + 4^{n-1}) + 27 \cdot 4^n =$$

$$= 9(14(13^{n-1} + 13^{n-2} \cdot 4 + \ldots + 4^{n-1}) + 3 \cdot 4^n).$$

Отже, значення даного виразу кратне 9 при всіх натуральних значеннях n.

4.3. Нехай $ABCD$ — даний чотирикутник, точки M, N, K, F — середини сторін AB, BC, CD і DA відповідно (рис. 3.4). $\angle MOF = 60°$, $MK = m$, $NF = n$. Відрізки MN і FK – середні лінії трикутників ABC і ADC відповідно. Тому $MN = FK = \frac{1}{2} AC$. Аналогічно $NK = MF = \frac{1}{2} BD$. Крім того, $MNKF$ – паралелограм. Скориставшись теоремою косинусів, отримуємо:

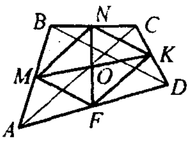

Рис. 3.4

$$MF^2 = OM^2 + OF^2 - 2OM \cdot OF\cos\angle MOF = \frac{m^2}{4} + \frac{n^2}{4} - 2\frac{m}{2} \cdot \frac{n}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{m^2 + n^2 - mn}{4};$$

$$MN^2 = OM^2 + ON^2 - 2OM \cdot ON\cos\angle MON = \frac{m^2 + n^2 + mn}{4}.$$

Звідси $AC = 2MN = \sqrt{m^2 + n^2 + mn}$, $BD = 2MF = \sqrt{m^2 + n^2 - mn}$.

Відповідь: $\sqrt{m^2 + n^2 + mn}$, $\sqrt{m^2 + n^2 - mn}$.