Варіант 4

1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	1.10	1.11	1.12
В	В	Б	А	А	А	Г	Г	В	Б	Г	Б

2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6
3,6	66	$-12 < b < 12$	$\frac{3}{1-b}$	$3\sqrt{11}$ см	6

Варіант 4

3.1. Дана функція — квадратична, її графік — парабола, вітки якої напрямлені вниз. Абсциса вершини параболи $x_0 = -\frac{-4}{-2} = -2$, ордината вершини $y_0 = y(-2) = 4$. Точка (–2; 4) — вершина параболи. Знайдемо точки перетину параболи з осями координат. З віссю x $(y = 0)$: $-4x - x^2 = 0$; $x_1 = 0$, $x_2 = -4$. Графік проходить через початок координат. Графік зображено на рисунку 4.1.

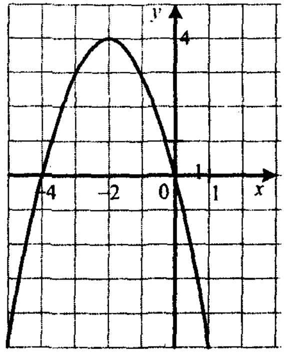

Рис. 4.1

1) $-4x - x^2 \ge 0$ при $x \in [-4;\ 0]$.

2) Функція спадає на проміжку $[-2;+\infty)$.

3.2. Нехай власна швидкість човна дорівнює x км/год. Тоді за течією річки він рухався зі швидкістю $(x + 3)$ км/год протягом $\frac{5}{x+3}$ год, а проти течії — зі швидкістю $(x - 3)$ км/год протягом $\frac{3}{x-3}$ год, витративши на весь шлях 40 хв $= \frac{2}{3}$ год. Маємо:

$$\frac{5}{x+3} + \frac{3}{x-3} = \frac{2}{3};\quad 3(5x - 15 + 3x + 9) = 2(x^2 - 9);\ 24x - 18 = 2x^2 - 18;$$

$2x^2 - 24x = 0$; $2x(x - 12) = 0$; $x_1 = 12$, $x_2 = 0$ — не задовольняє умову.

Швидкість руху човна за течією становить $12 + 3 = 15$ (км/год).

Відповідь: 15 км/год.

3.3. Нехай $\frac{x+3y}{x-y} = t$. Тоді $t - \frac{1}{t} = \frac{24}{5}$; $5t^2 - 24t - 5 = 0$; $t = 5$ або $t = -\frac{1}{5}$.

1) $\begin{cases} \frac{x+3y}{x-y} = 5, \\ 5x + 8y = 18; \end{cases}$ $\begin{cases} x + 3y = 5x - 5y, \\ 5x + 8y = 18; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2y, \\ 10y + 8y = 18; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2, \\ y = 1. \end{cases}$

2) $\begin{cases} \frac{x+3y}{x-y} = -\frac{1}{5}, \\ 5x + 8y = 18; \end{cases}$ $\begin{cases} 5x + 15y = y - x, \\ 5x + 8y = 18; \end{cases}$ $\begin{cases} x = -\frac{7}{3}y, \\ -\frac{35}{3}y + 8y = 18; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \frac{126}{11}, \\ y = -\frac{54}{11}. \end{cases}$

Відповідь: (2; 1); $\left(\frac{126}{11};-\frac{54}{11}\right)$.

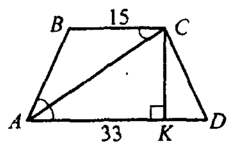

Рис. 4.2

3.4. *ABCD* — дана рівнобічна трапеція (рис. 4.2), *BC* = 15 см, *AD* = 33 см, $\angle BAC = \angle CAD$. Оскільки $BC \parallel AD$, то $\angle CAD = \angle BCA$. Тоді $\angle BAC = \angle BCA$ і трикутник *ABC* є рівнобедреним. Тобто *BC* = *AB* =

$= CD = 15$ см. Нехай $CK \perp AD$. Тоді $KD = \dfrac{AD - BC}{2} = 9$ см.

З ΔCKD ($\angle CKD = 90°$) $CK = \sqrt{CD^2 - KD^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$ (см).

Площа трапеції $S = \dfrac{AD + BC}{2} \cdot CK = \dfrac{15 + 33}{2} \cdot 12 = 288$ (см^2).

Відповідь: 288 см^2.

4.1. $x^2 - ax + 4a = 0$; за теоремою Вієта $x_1 + x_2 = a$, $x_1x_2 = 4a$. З умови задачі випливає, що $\begin{cases} D \geq 0, \\ x_1^2 + x_2^2 = 9. \end{cases}$ Маємо: $\begin{cases} a^2 - 16a \geq 0, \\ (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 9; \end{cases}$ $\begin{cases} a(a-16) \geq 0, \\ a^2 - 8a - 9 = 0; \end{cases}$

$\begin{cases} a \leq 0 \text{ або } a \geq 16, \\ a = 9 \text{ або } a = -1; \end{cases}$ $a = -1$.

Відповідь: при $a = -1$.

4.2. $n^3 + 11n = n^3 - n + 12n = n(n-1)(n+1) + 12n$. Одне з чисел n і $n-1$ – парне і одне з чисел n, $n-1$ і $n+1$ кратне 3, тобто значення виразу $n(n-1)(n+1)$ при всіх $n \in N$ кратне 6, значення виразу $12n$ кратне 6 при будь-якому натуральному n, тобто сума $n(n-1)(n+1) + 12n$ кратна 6 при будь-якому натуральному n.

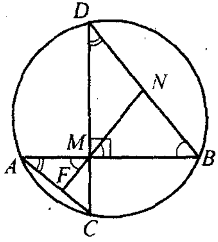

Рис. 4.3

4.3. Нехай пряма MN перетинає відрізок AC у точці F (рис. 4.3). Оскільки трикутник DMB прямокутний, то $MN = \frac{1}{2}DB = NB$. Отже, трикутник MNB рівнобедрений і $\angle BMN = \angle DBM$. Оскільки кути CDB і BAC вписані і спираються на дугу BC, то $\angle CDB = \angle BAC$. Можна записати $\angle BAC + \angle FMA = \angle CDB + \angle BMN =$
$= \angle CDB + \angle DBM = 90°$. Звідси $\angle MFA = 180° - (\angle BAC + \angle FMA) = 90°$ і MF – висота трикутника AMC.