Варіант 5

1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	1.10	1.11	1.12
А	Б	Г	Б	А	В	Г	А	В	В	А	Б

2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6
$(13; +\infty)$	$\frac{2}{3}$	4	2	6 см	$A(3; -2)$

Варіант 5

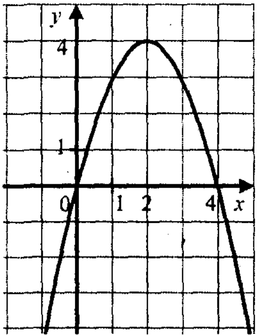

Рис. 5.1

3.1. Дана функція — квадратична, її графік — парабола, вітки якої напрямлені вниз. Абсциса вершини параболи $x_0 = -\frac{4}{-2} = 2$, ордината вершини $y_0 = y(2) = 4$. Точка (2; 4) — вершина параболи. Парабола перетинає вісь абсцис у точках $x_1 = 0$ і $x_2 = 4$. Графік зображено на рисунку 5.1.

1) Область значень $(-\infty;\ 4]$.

2) Функція спадає на проміжку $[2; +\infty)$.

3.2. Нехай початкова ціна футбольного м'яча була x грн., а волейбольного – y грн. Тоді $2x + 4y = 1000$.

Після здешевлення на 20% футбольний м'яч став коштувати $0{,}8x$ грн., а після подорожчання волейбольний м'яч став коштувати $1{,}1y$ грн. Отже, $0{,}8x + 1{,}1y = 325$. Маємо:

$$\begin{cases}2x+4y=1000,\\0{,}8x+1{,}1y=325;\end{cases}\quad \begin{cases}x=500-2y,\\0{,}8(500-2y)+1{,}1y=325;\end{cases}\quad \begin{cases}x=500-2y,\\-0{,}5y=-75;\end{cases}\quad \begin{cases}x=200,\\y=150.\end{cases}$$

Отже, футбольний м'яч коштував 200 грн., а волейбольний — 150 грн.

Відповідь: 200 грн., 150 грн.

3.3. Область визначення функції можна описати системою нерівностей

$$\begin{cases}12+4x-x^2\ge 0,\\x^2+3x\ne 0.\end{cases}\ \text{Звідси}\ \begin{cases}x^2-4x-12\le 0,\\x(x+3)\ne 0;\end{cases}\quad \begin{cases}-2\le x\le 6,\\x\ne 0,\\x\ne -3;\end{cases}\quad -2\le x<0 \text{ або } 0<x\le 6.$$

Відповідь: $[-2;0)\cup(0;6]$.

3.4. AB – діаметр кола (рис.5.2), точка C належить колу. $CH \perp AB$, $CH = 10$ см. Нехай $HB = x$ см, тоді $AH = (21 + x)$ см. Вписаний кут ACB – прямий (спирається на діаметр AB), тоді $CH^2 = AH \cdot HB$; $100 = (21 + x)\,x$; $x^2 + 21x - 100 = 0$; $x = 4$; $HB = 4$ см, $AH = 25$ см, $AB = 29$ см. Довжина кола $l = \pi \cdot AB = 29\pi$ см.

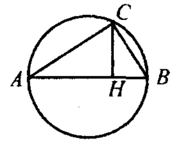

Рис. 5.2

Відповідь: 29π см.

4.1. $\begin{cases}|x-2|+y^2=2-x,\\y=x^2+2x-15.\end{cases}$ $|x-2|+y^2\ge 0$, звідси $2-x\ge 0$, тобто $|x-2|=2-x$.

Тоді $\begin{cases}2-x+y^2=2-x,\\y=x^2+2x-15;\end{cases}\quad \begin{cases}y=0,\\x^2+2x-15=0;\end{cases}\quad \begin{cases}y=0,\\\left[\begin{array}{l}x=3,\\x=-5;\end{array}\right.\end{cases}\quad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=3,\\y=0;\end{cases}\\\begin{cases}x=-5,\\y=0.\end{cases}\end{array}\right.$

Пара (3; 0) не задовольняє, оскільки $x \le 2$.

Відповідь: $(-5; 0)$.

4.2. Використовуючи нерівність Коші, отримуємо:

$$a^4+4b^4+4\ge 2\sqrt{4a^4b^4}+4=4a^2b^2+4=4(a^2b^2+1)\ge 4\cdot 2\sqrt{a^2b^2\cdot 1}=8|ab|\ge 8ab.$$

4.3. Для розв'язання задачі достатньо показати, що промені A_1A, B_1B, C_1C є бісектрисами кутів $B_1A_1C_1$, $A_1B_1C_1$, $B_1C_1A_1$ відповідно (рис. 5.3).

Кути B_1A_1A і B_1BA спираються на дугу B_1A, отже, $\angle B_1A_1A = \angle B_1BA$. Аналогічно, $\angle C_1A_1A = \angle ACC_1$ як кути, які спираються на дугу AC_1.

З ΔAKB: $\angle B_1BA = 90° - \angle ABC$.

З ΔAMC: $\angle ACC_1 = 90° - \angle BAC$.

Отже, $\angle B_1BA = \angle ACC_1$. Тоді $\angle B_1A_1A = \angle C_1A_1A$.

Аналогічно можна довести, що $\angle A_1C_1C = \angle B_1C_1C$ і $\angle A_1B_1B = \angle C_1B_1B$.

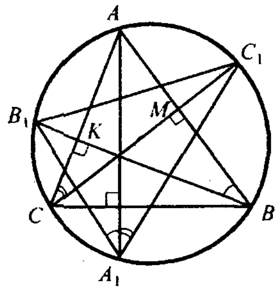

Рис. 5.3