Варіант 9

1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	1.10	1.11	1.12
Б	А	Б	Г	Б	Г	В	В	Г	В	А	В

2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6
832 грн.	1	(18; −10); (6; 2)	$b=-10;\ \ x_2=12$	$\dfrac{2c}{\sin\frac{\alpha}{2}}$	6 см

Варіант 9

3.1. Дана функція — квадратична, її графік — парабола, вітки якої напрямлені вгору. Абсциса вершини параболи $x_0 = -\frac{-4}{2} = 2$, ордината вершини $y_0 = y(2) = 1$. Точка (2; 1) — вершина параболи. Парабола не перетинає вісь x, а з віссю y перетинається у точці (0; 5). Графік зображено на рисунку 9.1.

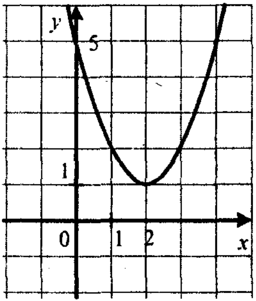

Рис. 9.1

1) Область значень функції $[1; +\infty)$.

2) Функція зростає на проміжку $[2; +\infty)$.

3.2. Нехай через другу трубу проходить x м^3 за годину. Тоді через першу трубу проходить $(x + 10)$ м^3/год.

Друга труба наповнює резервуар за $\frac{10}{x}$ год, а перша — за $\frac{10}{x+10}$ год, що на 5 хв $= \frac{5}{60}$ год $= \frac{1}{12}$ год менше, ніж потрібно для цього другій трубі. Маємо:

$\frac{10}{x} - \frac{10}{x+10} = \frac{1}{12}$; $12(10x + 100 - 10x) = x^2 + 10x$; $x^2 + 10x - 1200 = 0$; $x_1 = 30$, $x_2 = -40$ — не задовольняє умову задачі.

Відповідь: 30 м^3, 40 м^3.

3.3. Область визначення даної функції — множина розв'язків системи нерівностей $\begin{cases} 4x - 12 > 0, \\ |x| \neq 4. \end{cases}$ Тоді $\begin{cases} x > 3, \\ x \neq 4, \\ x \neq -4; \end{cases}$ $3 < x < 4$ або $x > 4$.

Відповідь: $D(y) = (3;4) \cup (4;+\infty)$.

3.4. ABC – даний рівнобедрений трикутник, BN – його висота і медіана, $BM : MC = 9 : 8$ (рис. 9.2). Нехай $BM = 9x$ см, $MC = CN = 8x$ см.

З ΔBNC ($\angle N = 90°$) $BC = 17x$ см, $BN = \sqrt{BC^2 - CN^2} = 15x$ см.

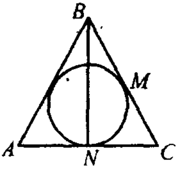

Рис.9.2

Радіус вписаного кола $r = \dfrac{S}{p}$, де S – площа трикутника,

$S = \dfrac{BN \cdot AC}{2} = 15x \cdot 8x = 120x^2$ (см^2), а p – півпериметр,

$p = 17x + 8x = 25x$ (см). Тоді $16 = \dfrac{120x^2}{25x}$, $x = \dfrac{10}{3}$. Отже,

$S = 120x^2 = \dfrac{4000}{3}$ см^2.

Відповідь: $\dfrac{4000}{3}$ см^2.

4.1. При $a = 0$ отримуємо систему, яка має розв'язок.

При $a \neq 0$ маємо: $\begin{cases} y = -\dfrac{a}{2}x + \dfrac{3}{2}, \\ y = -\dfrac{8}{a}x + \dfrac{a+2}{a}. \end{cases}$ Звідси система не має розв'язку, якщо

$\begin{cases} -\dfrac{a}{2} = -\dfrac{8}{a}, \\ \dfrac{3}{2} \neq \dfrac{a+2}{a}. \end{cases}$ Маємо: $\begin{cases} a^2 = 16, \\ a \neq 4; \end{cases}$ $a = -4$.

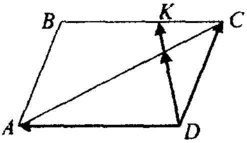

Рис.9.3

Відповідь: при $a = -4$.

4.2. Якщо n не кратне 3, то $n = 3k \pm 1$, де k — деяке ціле число. Тоді $n^2 + 2 = (3k \pm 1)^2 + 2 = 9k^2 \pm 6k + 3 =$
$= 3(3k^2 \pm 2k + 1)$, тобто значення виразу кратне 3.

4.3. Виразимо вектори $\overrightarrow{DF}$ і $\overrightarrow{DK}$ через вектори $\overrightarrow{DA}$ і $\overrightarrow{DC}$ (рис. 9.3).

$\overrightarrow{DF} = \frac{6}{7}\overrightarrow{DC} + \frac{1}{7}\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DK} = \overrightarrow{DC} + \frac{1}{6}\overrightarrow{DA}$. Тоді маємо:

$\overrightarrow{DF} = \frac{6}{7}\overrightarrow{DC} + \frac{1}{7}\overrightarrow{DA} = \frac{6}{7}\left(\overrightarrow{DC} + \frac{1}{6}\overrightarrow{DA}\right) = \frac{6}{7}\overrightarrow{DK}$. Отже, вектори $\overrightarrow{DF}$ і $\overrightarrow{DK}$ колінеарні, а точки D, F і K лежать на одній прямій.