Варіант 10

1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	1.10	1.11	1.12
В	В	Б	Г	Б	Г	Б	Б	В	Г	Б	А

2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{y^2-4}$	15	1; −1	$\frac{a(3+\sqrt{3})}{6}$	$\frac{\sqrt{5}}{2}$

Варіант 10

3.1. Дана функція — квадратична, її графік — парабола, вітки якої напрямлені вниз. Абсциса вершини параболи $x_0 = -\frac{4}{-2} = 2$, ордината вершини $y_0 = y(2) = 1$. Точка (2; 1) — вершина параболи. Знайдемо точки перетину параболи з осями координат. З віссю x $(y = 0)$:

$-x^2 + 4x - 3 = 0$; $x_1 = 1$, $x_2 = 3$, з віссю y $(x = 0)$:

$y = -3$. Графік зображено на рисунку 10.1. Функція зростає на проміжку $(-\infty;\ 2]$ і спадає на проміжку $[2;\ +\infty)$.

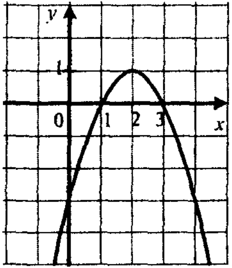

Рис. 10.1

3.2. Нехай швидкість пішохода x км/год, тоді швидкість велосипедиста

$(x+9)$ км/год. Велосипедист до зустрічі їхав $\frac{6}{x+9}$ год, а пішохід йшов $\frac{6}{x}$ год, що за умовою на 36 хв $= \frac{36}{60}$ год $= \frac{3}{5}$ год більше часу, витраченого велосипедистом.

Маємо: $\frac{6}{x} - \frac{6}{x+9} = \frac{3}{5}$; $\frac{2}{x} - \frac{2}{x+9} = \frac{1}{5}$; $10(x+9) - 10x = x^2 + 9x$; $x^2 + 9x - 90 = 0$;

$x_1 = 6$, $x_2 = -15$ — не задовольняє умову задачі.

Відповідь. 6 км/год.

3.3. За теоремою Вієта $x_1 + x_2 = \frac{3}{2}$, $x_1 x_2 = -\frac{7}{2}$. Тоді $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = \frac{9}{4} + 7 = 9\frac{1}{4}$.

Відповідь: $9\frac{1}{4}$.

3.4. ABC – рівнобедрений трикутник (рис. 10.2), $AB = BC$, $AM \perp BC$, $BD \perp AC$. Проведемо $DN \parallel AM$. Тоді $DN \perp BC$, DN – середня лінія ΔAMC, $DN = \frac{AM}{2} = 12$ см. З ΔBDN ($\angle N = 90°$) $BN = \sqrt{BD^2 - DN^2} = 16$ см. DN – висота прямокутного ΔBDC, проведена до гіпотенузи, BN — проекція катета BD на гіпотенузу. Тоді

$\frac{BC}{BD} = \frac{BD}{BN}$, $BC = \frac{BD^2}{BN} = \frac{400}{16} = 25$ (см), $S_{\Delta ABC} = \frac{BC \cdot AM}{2} = \frac{25 \cdot 24}{2} = 300$ (см^2).

Відповідь: 300 см^2.

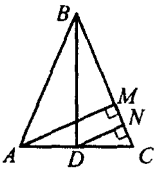

Рис. 10.2

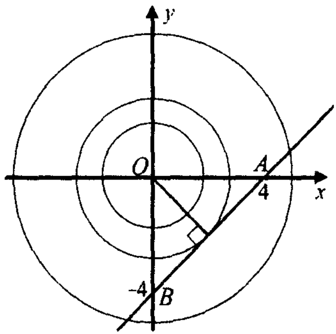

Рис. 10.3

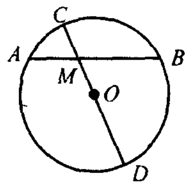

Рис. 10.4

4.1. Якщо $a \le 0$, то система розв'язків не має. Розглянемо випадок, коли $a > 0$. Графік першого рівняння — пряма, графік другого — коло з центром у початку координат і радіусом $\sqrt{a}$, $a > 0$ (рис. 10.3) Якщо коло дотикається до прямої, система має единий розв'язок. Радіус кола при цьому — висота рівнобедреного прямокутного трикутника AOB з катетом 4. Отже, $\sqrt{a} = \frac{AB}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$, $a = 8$.

Відповідь: при $a < 8$ система розв'язків не має; при $a = 8$ система має один розв'язок; при $a > 8$ система має два розв'язки.

4.2. $n^3+5n=n^3-n+6n=n(n-1)(n+1)+6n$. Одне з чисел n і $n-1$ — парне і одне з чисел n, $n-1$ і $n+1$ кратне 3, тобто значення виразу $n(n-1)(n+1)$ при всіх $n \in N$ кратне 6, значення виразу $6n$ кратне 6 при будь-якому натуральному значенні n, тобто сума $n(n-1)(n+1)+6n$ також кратна 6 при будь-якому натуральному n.

4.3. Через точку M проведемо діаметр кола CD (рис. 10.4). Тоді за властивістю хорд, що перетинаються, можна записати: $AM \cdot MB = CM \cdot MD =$
$= (OC - OM)(OD + OM) = (R-d)(R+d) = R^2 - d^2$.