Міні-підручник

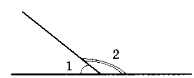
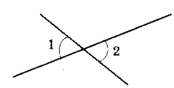
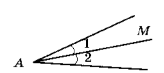
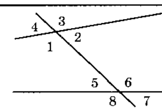
ПЛАНІМЕТРІЯ

Замовляйте безкоштовний каталог видань поштою:
а/с «Книжкова ліга», м. Харків, 61057, тел. (057) 719 98 80
www.torsing.com.ua
З питань оптових поставок звертайтесь за
тел. (057) 717 10 26, тел./факс (057) 719 98 73
SMS-замовлення книг: відправте SMS
з текстом «КНИГА» на номер 7500
та чекайте дзвінка від служби замовлень.
Вартість повідомлення 2,50 грн.

ISBN 9789664045121

Зміст:

К У Т И

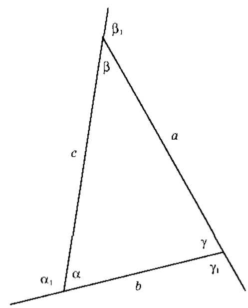
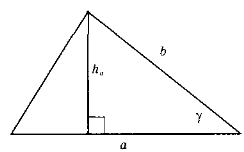
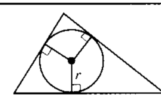
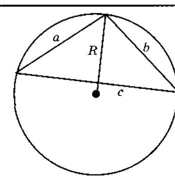
Назва властивості, формули, поняття	Властивість, формула, поняття	Рисунок
Означення	Кутом називається фігура, утворена двома променями (які називаються сторонами), що виходять з однієї точки (яку називають вершиною). Позначення $\angle BAC$, $\angle\alpha$	
Розгорнутий кут	Розгорнутим називається кут, одна сторона якого є продовженням іншої	
Градусна міра кута	Один градус (1°) — це кут, який складає 1/180 частину розгорнутого кута. Одна хвилина ($1'$) складає 1/60 частину градуса. Одна секунда ($1''$) складає 1/60 частину хвилини. $1^\circ = 60'$, $1' = 60''$	
Види кутів	Прямий — кут, що складає половину розгорнутого. Гострий — кут, менший від прямого. Тупий — кут, більший від прямого, але менший від розгорнутого	
Суміжні кути	Два кути називаються суміжними, якщо у них одна сторона спільна, а дві інші сторони цих кутів утворюють пряму	
Властивість суміжних кутів	$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$	
Вертикальні кути	Два кути називаються вертикальними, якщо сторони одного з них є продовженням сторін другого	
Властивість вертикальних кутів	$\angle 1 = \angle 2$	
Бісектриса кута	Бісектрисою кута називається промінь, який виходить з вершини кута та ділить кут навпіл AM — бісектриса, $\angle 1 = \angle 2$	
Кути при перетині двох прямих третьою	Кути 2 та 5, 1 та 6 називаються внутрішніми різносторонніми. Кути 3 та 8, 4 та 7 називаються зовнішніми різносторонніми. Кути 1 та 5, 2 та 6 — внутрішні односторонні. Кути 3 та 7, 4 та 8 — зовнішні односторонні	

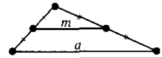
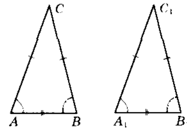
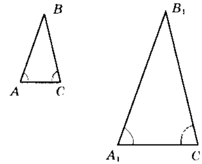
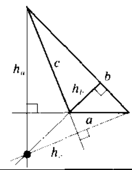
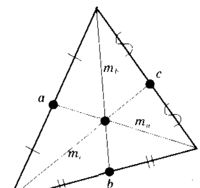
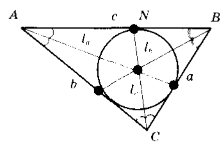
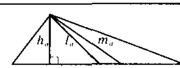
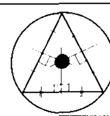
ТРИКУТНИКИ

Позначення:

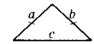
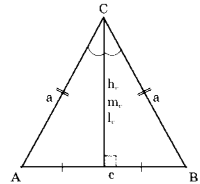
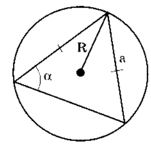
a, b, c — сторони трикутника,
α, β, γ — внутрішні кути трикутника,
α_1, β_1, γ_1 — зовнішні кути трикутника,
P — периметр,
p — півпериметр,
R — радіус кола, описаного навколо трикутника,
r — радіус кола, вписаного в трикутник,
S — площа трикутника,
m — середня лінія трикутника.
h_a, h_b, h_c — висоти трикутника, проведені до сторін (їх продовжень),
m_a, m_b, m_c — медіани,
l_a, l_b, l_c — бісектриси.

Довільний трикутник

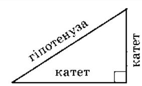
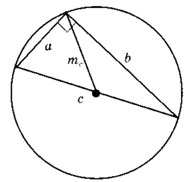
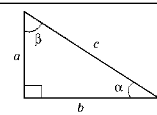
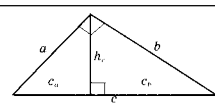
Назва властивості, формули	Властивість, формула	Рисунок
Периметр трикутника	$P = a + b + c$	
Півпериметр трикутника	$p = \dfrac{a+b+c}{2}$	
Нерівність трикутника	$a < b + c$, $a > \|b - c\|$	
Сума внутрішніх кутів трикутника	$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$	
Властивість зовнішнього кута трикутника	$\alpha_1 = \beta + \gamma$	
Сума зовнішніх кутів трикутника	$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 360^\circ$	
Теорема косинусів	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$	
Теорема синусів	$\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma} = 2R$	
Співвідношення між сторонами та кутами трикутника	Якщо $a < c$, то $\alpha < \gamma$ Якщо $\alpha < \beta$, то $a < b$	
Площа трикутника	$S = \dfrac{1}{2} a \cdot h_a$ $S = \dfrac{1}{2} ab\sin\gamma$	
Формула Герона	$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$	
Площа трикутника	$S = pr$	
Радіус вписаного кола	$r = \dfrac{S}{p}$	
Площа трикутника	$S = \dfrac{abc}{4R}$	
Радіус описаного кола	$R = \dfrac{abc}{4S}$ $R = \dfrac{a}{2\sin\alpha}$	

Властивість середньої лінії трикутника	$m = \frac{a}{2}, m \parallel a$	
Ознаки рівності трикутників	Якщо $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$, то $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$	
	Якщо $BC = B_1C_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$, то $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$	
	Якщо $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $AC = A_1C_1$, то $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$	
Ознаки подібності трикутників	Якщо $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, то $\Delta ABC \infty \Delta A_1B_1C_1$	
	Якщо $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$, $\angle A = \angle A_1$, то $\Delta ABC \infty \Delta A_1B_1C_1$	
	Якщо $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$, то $\Delta ABC \infty \Delta A_1B_1C_1$	
Висота	$h_a = \frac{2S}{a}$	
	Висоти перетинаються в одній точці, що називається ортоцентром	
	$\frac{1}{r} = \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$	
Медіана	Медіани перетинаються в одній точці, яка називається центром тяжіння (мас)	
	Точкою перетину кожна медіана ділиться у співвідношенні 2:1 (рахуючи від вершини)	
	$m_q = \frac{\sqrt{2\left(b^2 + c^2\right) - c^2}}{2}$	
	$m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{3}{4}\left(a^2 + b^2 + c^2\right)$	
Бісектриса	Бісектриси перетинаються в одній точці — центр вписаного кола	
	$\frac{AN}{NB} = \frac{b}{a}$	
	$l_a = \frac{2}{b+c}\sqrt{bcp(p-a)}$	
Співвідношення між висотою, бісектрисою та медіаною трикутника	$h_a \le l_a \le m_a$	
Центр описаного кола	Центр описаного кола — точка перетину серединних перпендикулярів	

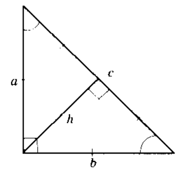
Рівнобедрений трикутник

Назва властивості, формули, поняття	Властивість, формула, означення	Рисунок
Означення	Трикутник називається рівнобедреним, якщо у нього дві сторони рівні. $a = b$, a та b — бічні сторони; c — основа	
Властивість кутів при основі	$\angle A = \angle B = \dfrac{180^\circ - \angle C}{2}$	
Властивість медіани, висоти та бісектриси, проведених до основи	$h_c = m_c = l_c = \dfrac{1}{2}\sqrt{4a^2 - c^2}$	
Площа трикутника	$S = \dfrac{c}{4}\sqrt{4a^2 - c^2}$	
Радіус описаного кола	$R = \dfrac{a^2}{2h_c}$	
	$R = \dfrac{a}{2\cos\dfrac{\alpha}{2}}$	

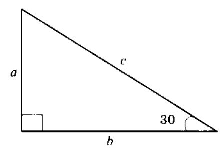
Прямокутний трикутник

Назва формули, властивості, поняття	Властивість, формула, поняття	Рисунок
Означення	Трикутник називається прямокутним, якщо у нього є прямий кут. $\gamma = 90^\circ$, a, b — катети, c — гіпотенуза	
Властивість гострих кутів	$\alpha + \beta = 90^\circ$	
Теорема Піфагора	$c^2 = a^2 + b^2$	
Радіус описаного кола	$R = \dfrac{c}{2}$	
Медіана, проведена до гіпотенузи	$m_c = R = \dfrac{c}{2}$	
Площа	$S = ab$	
Залежність між сторонами та кутами	$a = c\sin\alpha$, $a = c\cos\beta$, $a = b\operatorname{tg}\alpha$, $a = b\operatorname{tg}\beta$	
Метричні співвідношення	c_a, c_b — проекції катетів на гіпотенузу $h_c^2 = c_a \cdot c_b$ $a^2 = c \cdot c_a$ $b^2 = c \cdot c_b$	

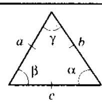
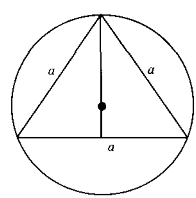
Рівнобедрений прямокутний трикутник

Назва формули, властивості, поняття	Властивість, формула, поняття	Рисунок
Властивість катета	$a = b = \dfrac{c}{\sqrt{2}}$	
Властивість кутів	$\alpha = \beta = 45^\circ$	
Висота, проведена до гіпотенузи	$h = \dfrac{c}{2}$	
Площа	$S = \dfrac{c^2}{4} = \dfrac{a^2}{2}$	

Прямокутний трикутник з кутом в 30°

Назва формули, властивості, поняття	Властивість, формула, поняття	Рисунок
Властивість катета, що лежить проти кута в 30°	$a = \dfrac{c}{2}$	
Радіус описаного кола	$R = a$	
Радіус вписаного кола	$r = \dfrac{b-c}{2}$	
Площа	$S = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2} = \dfrac{b^2\sqrt{3}}{6} = \dfrac{c^2\sqrt{3}}{8}$	

Правильний (рівносторонній) трикутник

Назва формули, властивості, поняття	Властивість, формула, поняття	Рисунок
Означення	Трикутник, у якого всі сторони рівні, називається рівностороннім $a = b = c$	
Властивість кутів	$\alpha = \beta = \gamma = 60^\circ$	
Периметр	$P = 3a$	
Площа	$S = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$	
Радіус описаного кола	$R = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$	
Співвідношення між радіусом описаного кола та радіусом вписаного кола	$R = 2r$	
Радіус вписаного кола	$r = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$	
Властивості медіан, висот, бісектрис	$h_a = h_b = h_c = m_a = m_b = m_c = l_a = l_b = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$	

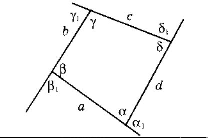
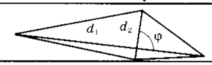
ЧОТИРИКУТНИКИ

Позначення:

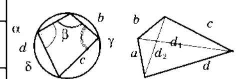
a, b, c, d — сторони чотирикутника,
$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ — внутрішні кути чотирикутника,
$\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \delta_1$ — зовнішні кути чотирикутника,

P — периметр чотирикутника,
p — півпериметр чотирикутника,
d_1, d_2 — діагоналі чотирикутника,
φ — кут між діагоналями

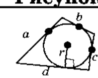
Довільний чотирикутник

Назва властивості, формули	Властивість, формула	Рисунок
Периметр	$P = a + b + c + d$	
Півпериметр	$p = \dfrac{a+b+c+d}{2}$	
Сума кутів (внутрішніх)	$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$	
Сума зовнішніх кутів чотирикутника	$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 + \delta_1 = 360^\circ$	
Площа	$S = \dfrac{1}{2} d_1 d_2 \sin\varphi$	

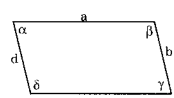
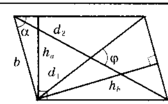
Вписаний чотирикутник

Назва властивості, формули	Властивість, формула	Рисунок
Властивість кутів	$\alpha + \gamma = \beta + \delta = 180^\circ$	
Площа	$S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$	
Теорема Птолемея	$d_1 d_2 = ac + bd$	

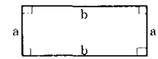
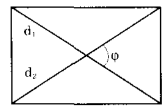
Описаний чотирикутник

Назва формули, властивості	Формула, властивість	Рисунок
Властивість сторін	$a + c = b + d$	
Площа	$S = pr$	

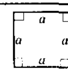
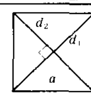
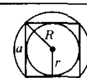
Паралелограм

Назва формули, властивості, поняття	Формула, властивість, поняття	Рисунок
Означення	Чотирикутник, протилежні сторони якого паралельні, називається паралелограмом $a \parallel c, b \parallel d$	
Властивості сторін	$a = c,\ b = d$	
Властивості кутів	$\alpha + \delta = \beta + \gamma = \alpha + \beta = \delta + \gamma = 180^\circ$ $\alpha = \gamma,\ \beta = \delta$	
Площа	$S = a \cdot h_a\ S = ab\sin\alpha\ \ S = \dfrac{1}{2} d_1 d_2 \sin\varphi$	
Властивості діагоналей паралелограма	Діагоналі точкою перетину діляться навпіл $d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$	

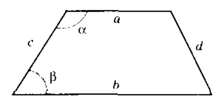
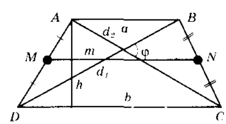
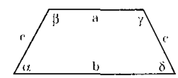
Прямокутник

Назва формули, властивості, поняття	Формула, властивість, означення	Рисунок
Означення	Паралелограм, у якого всі кути прямі, називається прямокутником $\alpha=\beta=\gamma=\delta=90^\circ$	
Властивість діагоналей	$d_1=d_2$	
Співвідношення між сторонами та діагоналями	$d_1^2=a^2+b^2$	
Площа	$S=ab \quad S=\frac{1}{2}d_1^2\sin\varphi$	

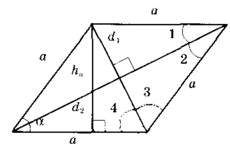
Квадрат (правильний чотирикутник)

Назва властивості, формули	Властивість, формула	Рисунок
Означення	Прямокутник, у якого всі сторони рівні, називається квадратом	
Діагоналі	$d_1=d_2=a\sqrt{2}$	
Площа	$S=a^2;\ S=\frac{1}{2}d_1^2$	
Радіус вписаного кола (r) **Радіус описаного кола (R)**	$r=\frac{a}{2} \quad R=\frac{a}{\sqrt{2}}$	

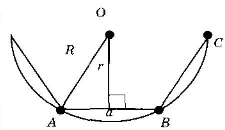
Трапеція

Назва властивості, формули	Властивість, формула	Рисунок
Означення	Чотирикутник, у якого тільки дві протилежні сторони паралельні, називається трапецією. $a \parallel b$, a, b — основи, c, d — бічні сторони	
Властивість кутів	$\alpha+\beta=180^\circ$	
Означення середньої лінії	Відрізок, який з'єднує середини бічних сторін, називається середньою лінією	
Властивість середньої лінії	$MN \parallel AB \quad MN \parallel CD \quad m=MN=\frac{a+b}{2}$	
Площа	$S=\frac{a+b}{2}h \quad S=mh \quad S=\frac{1}{2}d_1d_2\sin\varphi$	
Означення рівнобічної трапеції	Трапеція, у якої бічні сторони рівні, називається рівнобічною	
Властивість кутів	$\alpha+\beta=\gamma+\delta=180^\circ$, $\alpha=\delta,\ \beta=\gamma$	
Властивість діагоналей	$d_1=d_2$	

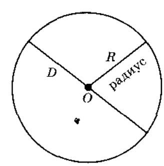
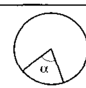
Ромб

Назва формули, властивості	Формула, властивість	Рисунок
Означення	Паралелограм, у якого сторони рівні, називається ромбом	
Властивості діагоналей	$d_1 \perp d_2$	
	$\angle 1 = \angle 2,\ \angle 3 = \angle 4$	
Співвідношення між стороною та діагоналями	$4a^2 = d_1^2 + d_2^2$	
Площа	$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \quad S = ah \quad S = a^2 \sin\alpha$	

ПРАВИЛЬНІ МНОГОКУТНИКИ

Назва властивості, формули	Властивість, формула	Рисунок
Радіус описаного кола (R) **Радіус вписаного кола (r)**	$R = \dfrac{a}{2\sin\dfrac{180^\circ}{n}}$; $r = \dfrac{a}{2\operatorname{tg}\dfrac{180^\circ}{n}}$	
Площа	$S = \dfrac{nR^2}{2}\sin\dfrac{360^\circ}{n}$	
Властивість кутів	$\angle AOB = \dfrac{360^\circ}{n}$; $\angle ABC = \dfrac{n-2}{n}\cdot 180^\circ$	

КОЛО ТА КРУГ

Назва властивості, формули, поняття	Властивість, формула, поняття	Рисунок
Означення	Множина точок площини, рівновіддалених від заданої точки O, називається колом. O — центр, R — радіус, D — діаметр, $D = 2R$	
	Множина точок площини, які знаходяться на відстані, що не перевищує R від фіксованої точки O, називається кругом	
Довжина кола	$C = 2\pi R$	
	$C = \pi D$	
Площа круга	$S = \pi R^2$	
	$S = \pi \dfrac{D^2}{4}$	
Довжина дуги в α° (l) **Площа сектора в α° (S)**	$l = \dfrac{\pi R \alpha}{180}$; $S = \dfrac{\pi R^2 \alpha}{360}$	
Довжина дуги в φ радіан	$l = R\varphi$	
Площа сектора в φ радіан	$S = \dfrac{1}{2} R^2 \varphi$	