Міні-підручник

СТЕРЕОМЕТРІЯ

Замовляйте безкоштовний каталог видань поштою:
а/с "Книжкова ліга", м. Харків, 61057
тел. (057) 719 98 80
www.torsing.com.ua
З питань оптових поставок звертайтесь за
тел. (057) 717 10 26
тел./факс (057) 719 98 73

ISBN 9789664045138
9 789664 045138

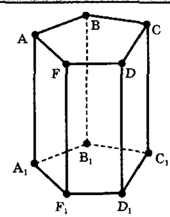
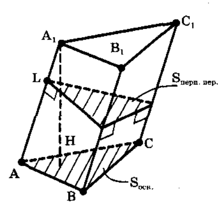
Зміст:

МНОГОГРАННИКИ ТА ТІЛА ОБЕРТАННЯ

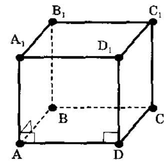
Позначення:

- S, $S_{\text{повн.}}$ — площа повної поверхні;
- $S_{\text{біч.}}$ — площа бічної поверхні;
- $S_{\text{осн.}}$ — площа основи;
- V — об'єм;
- $P_{\text{осн.}}$ — периметр основи;
- $P_{\text{перп. пер.}}$ — периметр перпендикулярного перерізу;
- $S_{\text{перп. пер.}}$ — площа перпендикулярного перерізу;
- L — довжина бічного ребра (твірна);
- H — висота

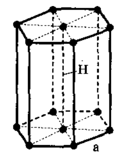
Довільна призма

Назва властивості, формули	Властивість, формула	Рисунок
Означення	n-кутною призмою називається многогранник, дві грані (основи) якого — рівні n-кутники з відповідно паралельними сторонами, а інші n граней (бічні грані) — паралелограми	
Площа бічної поверхні	$S_{\text{біч.}} = P_{\text{перп. пер.}} \cdot L$	
Площа поверхні	$S = S_{\text{біч.}} + 2S_{\text{осн.}}$	
Об'єм призми	$V = S_{\text{осн.}} \cdot H$	
	$V = S_{\text{перп. пер.}} \cdot L$	

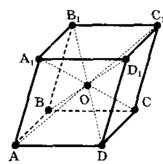
Пряма призма

Назва властивості, формули	Властивість, формула	Рисунок
Означення	Пряма призма — призма, бічні ребра якої перпендикулярні основі	
Площа бічної поверхні	$S_{біч.} = P_{осн.} \cdot H$	
	$S_{біч.} = P_{осн.} \cdot L$	

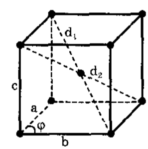
Правильна призма

Назва властивості, формули	Властивість, формула	Рисунок
Означення	Пряма призма, основи якої — правильні многокутники, називається правильною	
Площа бічної поверхні	$S_{біч.} = naH$	

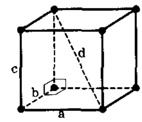
Паралелепіпед

Назва властивості, формули	Властивість, формула	Рисунок
Означення	Призма, основи якої — паралелограми, називається паралелепіпедом	
Властивості діагоналей	$AC_1^2 + A_1C^2 + BD_1^2 + B_1D^2 = 4\left(AA_1^2 + AB^2 + AD^2\right)$	
	$AO = OC_1,\ BO = OD_1,\ CO = OA_1,\ DO = OB_1$	

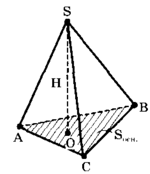
Прямий паралелепіпед

Назва властивості, формули	Властивість, формула	Рисунок
Означення	Прямий паралелепіпед — паралелепіпед, бічні ребра якого перпендикулярні основі	
Властивість діагоналей	$d_1^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab\cos\varphi,$ $d_2^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab\cos\varphi.$	

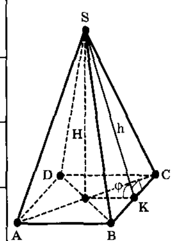
Прямокутний паралелепіпед

Назва властивості, формули	Властивість, формула	Рисунок
Означення	Прямий паралелепіпед, основа якого — прямокутник, називається прямокутним	
Властивість діагоналі	$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$	
Площа поверхні	$S = 2(ab + bc + ac)$	
Об'єм	$V = abc$	

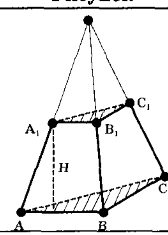
Довільна піраміда

Назва властивості, формули	Властивість, формула	Рисунок
Означення	n-кутною пірамідою називається многогранник, одна грань (основа) якого — n-кутник, а інші n граней (бічні грані) — трикутники із спільною вершиною	
Площа бічної поверхні	$S_{біч.} = S_{\Delta SAB} + S_{\Delta SBC} + S_{\Delta SAC}$	
Площа поверхні	$S = S_{осн.} + S_{біч.}$	
Об'єм	$V = \frac{1}{3} S_{осн.} \cdot H$	

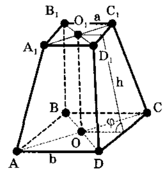
Правильна піраміда

Назва властивості, формули	Властивість, формула	Рисунок
Означення	Піраміда, основа якої — правильний многокутник та основа висоти піраміди збігається з центром цього многокутника, називається правильною	
Площа бічної поверхні	$S_{біч.} = \frac{1}{2} P_{осн.} \cdot h$, де $h = SK$ — апофема ($SK \perp BC$)	
	$S_{біч.} = n \cdot S_{\Delta ABS}$; $S_{біч.} = \frac{S_{осн.}}{\cos\varphi}$	
Об'єм	$V = \frac{1}{3} S_{осн.} \cdot H$	

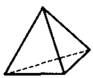
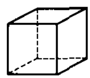
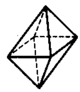
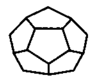
Зрізана піраміда

Назва властивості, формули	Властивість, формула	Рисунок
Означення	Зрізаною пірамідою називається частина піраміди, яка знаходиться між її основою та січною площиною перерізу, що паралельна основі	
Площа бічної поверхні	$S_{біч.} = S_{ABB_1A_1} + S_{BCC_1B_1} + S_{ACC_1A_1}$	
Площа поверхні	$S = S_{біч.} + S_1 + S_2$, де S_1, S_2 — площі основ	
Об'єм	$V = \frac{1}{3} H\left(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2\right)$	

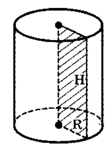
Правильна зрізана піраміда

Назва властивості, формули	Властивість , формула	Рисунок
Площа бічної поверхні	$S_{біч.}=\frac{1}{2}(P_1+P_2)h$, де P_1, P_2 — периметри основ	
	$S_{біч.}=\frac{1}{2}n(a+b)h$	
	$S_{біч.}=\frac{S_2-S_1}{\cos\varphi}$, де S_1, S_2 — площі основ	

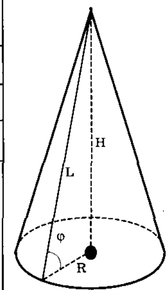
Правильні многогранники

Означення	**Опуклий многогранник називається правильним, якщо його грані — правильні многокутники з одним й тим самим числом сторін, та в кожній вершині сходиться одне й те саме число ребер**				
Види	 правильний тетраедр	 правильний гексаедр (куб)	 правильний октаедр	 правильний додекаедр	 правильний ікосаедр
Площа поверхні	$S=a^2\sqrt{3}$	$S=6a^2$	$S=2a^2\sqrt{3}$	$S=3a^2\sqrt{5(5+2\sqrt{5})}$	$S=5a^2\sqrt{3}$
Об'єм	$V=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$	$V=a^3$	$V=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$	$V=\frac{a^3(15+7\sqrt{5})}{4}$	$V=\frac{5a^3(3+\sqrt{5})}{12}$
Радіус описаної сфери	$R=\frac{a\sqrt{6}}{4}$	$R=\frac{a\sqrt{3}}{2}$	$R=\frac{a\sqrt{2}}{2}$	$R=\frac{a\sqrt{3}(1+\sqrt{5})}{4}$	$R=\frac{a\sqrt{2(5+\sqrt{5})}}{4}$
Радіус вписаної сфери	$r=\frac{a\sqrt{6}}{12}$	$r=\frac{a}{2}$	$r=\frac{a\sqrt{6}}{6}$	$r=\frac{a\sqrt{10(25+11\sqrt{5})}}{20}$	$r=\frac{a\sqrt{3}(3+\sqrt{5})}{12}$

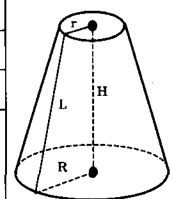
Циліндр

Назва властивості, формули	Властивість , формула	Рисунок
Означення	Циліндром називається тіло обертання, утворене обертанням прямокутника навколо однієї з його сторін	
Площа бічної поверхні	$S_{біч.}=2\pi RH$	
Площа поверхні	$S=2\pi R(R+H)$	
Об'єм	$V=S_{осн.}\cdot H=\pi R^2H$	

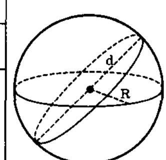
Конус

Назва властивості, формули	Властивість , формула	Рисунок
Означення	Конусом називається тіло обертання, утворене обертанням прямокутного трикутника навколо одного з його катетів	
Площа бічної поверхні	$S_{\text{біч.}} = \pi RL$	
Площа поверхні	$S = \pi R(R + L)$	
Площа основи	$S_{\text{осн.}} = \pi R^2 = S_{\text{біч.}} \cdot \cos\varphi$	
Об'єм	$V = \dfrac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot H = \dfrac{1}{3}\pi R^2 H$	

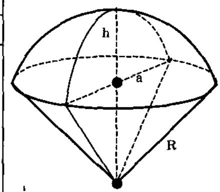
Зрізаний конус

Назва властивості, формули	Властивість , формула	Рисунок
Означення	Зрізаним конусом називається тіло обертання, утворене обертанням прямокутної трапеції навколо меншої бічної сторони	
Площа бічної поверхні	$S_{\text{біч.}} = \pi L(R + r)$	
Площа поверхні	$S = \pi L(r + R) + \pi(R^2 + r^2)$	
Об'єм	$V = \dfrac{1}{3}\pi H\left(R^2 + Rr + r^2\right)$	

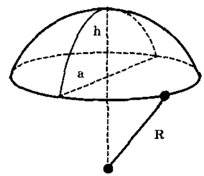
Куля, сфера

Назва властивості, формули	Формула, властивість	Рисунок
Означення	Кулею (сферою) називається тіло (поверхня) обертання, утворене обертанням круга (кола) навколо діаметра	
Площа сфери	$S = 4\pi R^2 = \pi d^2$	
Об'єм кулі	$V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{1}{6}\pi d^3$	

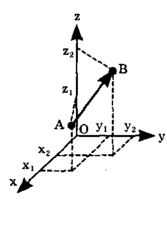
Кульовий сектор

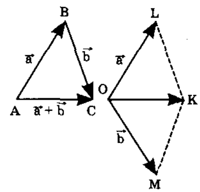
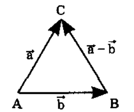
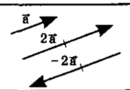
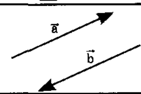
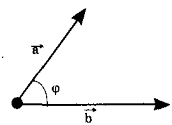
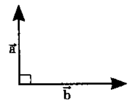
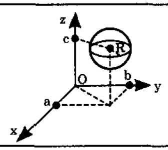
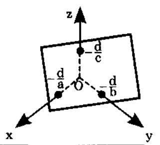
Назва властивості, формули	Означення, властивість, формула	Рисунок
Означення	Кульовим сектором називається тіло, утворене обертанням сектора навколо осі, що проходить через його центр	
Площа поверхні	$S = \pi R(2h + a)$	
Об'єм	$V = \dfrac{2\pi R^2 h}{3}$	

Кульовий сегмент

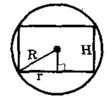
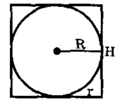
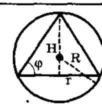
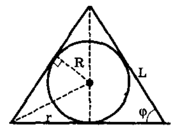
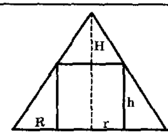
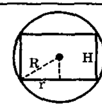
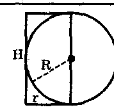
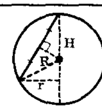
Назва властивості, формули	Властивість, формула	Рисунок
Означення	Кульовим сегментом називається тіло, що відсікається від кулі площиною	
Співвідношення між *a*, *h*, *R*	$a^2 = h(2R - h)$	
Площа бічної поверхні	$S_{\text{біч.}} = 2\pi RH = \pi(a^2 + h^2)$	
Площа поверхні	$S = \pi(2Rh + a^2) = \pi(h^2 + 2a^2)$	
Об'єм	$V = \pi h^2\left(R - \dfrac{h}{3}\right)$	

ДЕКАРТОВІ КООРДИНАТИ ТА ВЕКТОРИ

Назва властивості, формули	Властивість, формула	Рисунок
Координати вектора	$\overline{AB}(x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$, де $A(x_1; y_1; z_1)$, $B(x_2; y_2; z_2)$	
Довжина вектора	$\lvert\bar{a}\rvert = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, де $\bar{a}(x; y; z)$	
Відстань між точками	$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$, де $A(x_1; y_1; z_1)$, $B(x_2; y_2; z_2)$	
Координати середини відрізка	$x_C = \dfrac{x_A + x_B}{2}$, $y_C = \dfrac{y_A + y_B}{2}$, $z_C = \dfrac{z_A + z_B}{2}$, де $AC = BC$, $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$	

Додавання векторів	$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$ (правило трикутника) $\overrightarrow{OL}+\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OK}$ (правило паралелограма) $\vec{a}(x_1;y_1;z_1)+\vec{b}(x_2;y_2;z_2)=$ $=\vec{c}(x_1+x_2;y_1+y_2;z_1+z_2)$	
Віднімання векторів	$\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}$ $\vec{a}(x_1;y_1;z_1)-\vec{b}(x_2;y_2;z_2)=$ $=\vec{c}(x_1-x_2;y_1-y_2;z_1-z_2)$	
Множення вектора на число	$\lambda\cdot\vec{a}(x;y;z)=\vec{c}(\lambda x;\lambda y;\lambda z)$	
Умова колінеарності векторів	$\frac{x_1}{x_2}=\frac{y_1}{y_2}=\frac{z_1}{z_2}$, де $\vec{a}(x_1;y_1;z_1)$, $\vec{b}(x_2;y_2;z_2)$	
Скалярний добуток векторів	$\vec{a}\cdot\vec{b}=\lvert\vec{a}\rvert\cdot\lvert\vec{b}\rvert\cos\varphi$ $\vec{a}\cdot\vec{b}=x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$, де $\vec{a}(x_1;y_1;z_1)$, $\vec{b}(x_2;y_2;z_2)$	
Кут між векторами	$\cos\varphi=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\lvert\vec{a}\rvert\cdot\lvert\vec{b}\rvert}=\frac{x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$	
Умова ортогональності векторів	$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$ $x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2=0$	
Рівняння сфери	$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$	
Рівняння площини	$ax+by+cz+d=0$	

КОМБІНАЦІЇ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТІЛ

Назва властивості, формули	Властивість, формула	Рисунок
Куля, описана навколо циліндра	$R^2=\left(\frac{H}{2}\right)^2+r^2$	
Куля, вписана в циліндр	$R=r,\ R=\frac{H}{2}$	
Куля, описана навколо конуса	$R^2=(H-R)^2+r^2$ $R=\frac{L^2}{2H}$, $R=\frac{r}{\sin 2\varphi}$	
Куля, вписана в конус	$\frac{R}{H-R}=\frac{r}{\sqrt{H^2+r^2}}$; $R=\frac{Hr}{r+L}$; $R=r\,\mathrm{tg}\frac{\varphi}{2}$	
Циліндр, вписаний в конус	$\frac{R-r}{h}=\frac{R}{H}=\frac{r}{H-h}$, $\frac{R}{r}=\frac{H}{H-h}$	
Куля, описана навколо призми	$R^2=\left(\frac{H}{2}\right)^2+r^2$	
Куля, вписана в пряму призму	$R=r=\frac{H}{2}$, $V=\frac{1}{3}R\cdot S_{\text{пол.}}$	
Куля, описана навколо правильної піраміди	$R^2=(H-R)^2+r^2$	
Куля, вписана в правильну піраміду	$\frac{R}{H-R}=\frac{r}{\sqrt{H^2+r^2}}$ $V=\frac{1}{3}R\cdot S_{\text{пов.}}$, $R=r\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}$